

174. Je dán kosodélník $ABCD$, jehož strana AB má délku a , strana BC má délku b . Na AD leží bod M . Průsečík přímek BM a CD je bod N . Vypočítejte, čemu se rovná $|AM| \cdot |CN|$.

ŘEŠENÍ:

Pokud bod M je vnitřní bod strany AD , tak přímky CD a BM se protínají v bodě N . Na obrázku vidíme, že dostáváme dva trojúhelníky, a to BCN a MDN .

$$|\triangle CNB| = |\triangle DNM|$$

$$|\triangle BCN| = |\triangle MDN|$$

Znamená to, že trojúhelníky BCN a MDN jsou podobné.

Tedy:

$$\frac{|CN|}{|DN|} = \frac{b}{(b-|AM|)} \quad b > |AM|$$

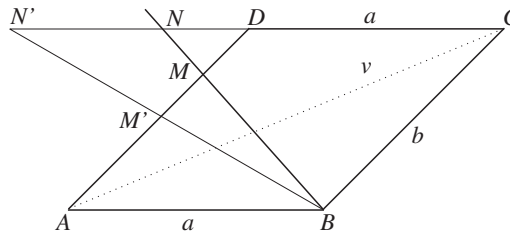
$$b \cdot |DN| = |CN| \cdot (b - |AM|)$$

$$b \cdot |DN| = |CN| \cdot b - |CN| \cdot |AM|$$

$$|AM| \cdot |CN| = |CN| \cdot b - b \cdot |DN|$$

$$|AM| \cdot |CN| = b \cdot (|CN| - |DN|) \quad |CN| - |DN| = a$$

$$|AM| \cdot |CN| = b \cdot a$$



Výsledek: $|AM| \cdot |CN| = b \cdot a$

175. Zobražíme rovnoramenný trojúhelník ABC se základnou $|AB| = 8$ cm a ramenem $|BC| = 10$ cm. Trojúhelník ABC je podobný s trojúhelníkem DAB . Určete $|AD|$, když víte, že bod D leží na straně AC .

ŘEŠENÍ:

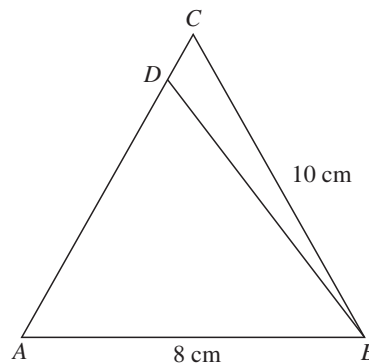
Z podobnosti trojúhelníků ABC a DAB platí:

$$\frac{8}{10} = \frac{|AD|}{8}$$

$$10 \cdot |AD| = 8 \cdot 8$$

$$|AD| = \frac{64}{10}$$

$$|AD| = 6,4$$



Výsledek: Délka $|AD|$ je 6,4 cm.

176. V trojúhelníku ABC jsou těžnice AD a osa úhlu ACB navzájem kolmé. Mají stejnou délku 4 cm. Vypočítejte délky stran trojúhelníku ABC .

ŘEŠENÍ:

V trojúhelníku BCE sestrojíme střední příčku rovnoběžnou se stranou CE . Ta vychází z bodu D , protože bod D je střed strany CB . Protože $DK \parallel CE$ a $|AO| = |OD|$, je OE střední příčka trojúhelníku AKD . Z toho je zřejmé, že $|OE| = \frac{1}{2}|DK|$ a $|DK| = \frac{1}{2}|CE|$, tj. $|OE| = \frac{1}{4}|CE|$.

Protože $|CE| = 4$ cm, je $|OE| = 1$ cm a $|CO| = 3$ cm.

Nyní počítáme:

$$|AC|^2 = |AO|^2 + |OC|^2$$

$$|AC|^2 = 2^2 + 3^2$$

$$|AC|^2 = 4 + 9$$

$$|AC|^2 = 13$$

$$|AC| = \sqrt{13} \text{ cm}$$

$$|CD|^2 = |CO|^2 + |OD|^2$$

$$|CD|^2 = 3^2 + 2^2$$

$$|CD|^2 = 9 + 4$$

$$|CD|^2 = 13$$

$$|CD| = \sqrt{13}$$

$$|CB| = 2 \cdot |CD| = 2 \cdot \sqrt{13} \text{ cm}$$

Počítáme $|AB|$, a to nejprve:

$$|AE|^2 = 2^2 + 1^2$$

$$|AE|^2 = 4 + 1$$

$$|AE|^2 = 5$$

$$|AE| = \sqrt{5} \text{ cm}$$

Potom:

$$|AB| = 3 \cdot |AE|$$

$$|AB| = 3 \cdot \sqrt{5} \text{ cm}$$

Výsledek: Strana $|AB| = 3 \cdot \sqrt{5}$ cm, strana $|AC| = \sqrt{13}$ cm a strana $|CB| = 2 \cdot \sqrt{13}$ cm.

